Übungsaufgaben quadratische Gleichungen

Im folgenden findest du 60 Übungsaufgaben zu quadratischen Gleichungen. Zu jeder Aufgabe sind die Lösungen am Ende des Dokumentes angegeben. Welches Verfahren du zur Lösung verwendest, ist dir überlassen. Zum Teil haben sich auch lineare Gleichungen bei den quadratischen Gleichungen eingeschlichen (z.B. Aufgabe 10 bei Typ 3).
Die Aufgaben sind nach verschiedenen Typen gruppiert, der Schwierigkeitsgrad steigt von Typ zu Typ an.
Bei den Lösungen ist die Lösungsmenge angegeben. Alle Lösungen sind zunächst als ganze Zahl oder als Bruch angegeben und dann oftmals als gerundeter Dezimalbruch. Die Bruchdarstellung ist meistens so, dass hier teilweise eine Wurzel gezogen wurde.

1 Aufgaben

1.1 Typ 1: $ax^2 + bx + c = 0$

1. $5\,x^2 - 5\,x + 2 = 0$
2. $-7\,x^2 + x + 1 = 0$
3. $2\,x^2 - 3\,x + 3 = 0$
4. $8\,x^2 + 5\,x - 5 = 0$
5. $6\,x^2 - x - 3 = 0$

6. $-7\,x^2 - 3\,x + 1 = 0$
7. $x^2 + 5\,x - 4 = 0$
8. $-3\,x^2 - x + 3 = 0$
9. $3\,x^2 + 5\,x + 2 = 0$
10. $-6\,x^2 + 3\,x - 3 = 0$

1.2 Typ 2: $ax^2 + bx + c = d$

1. $-4\,x^2 + x = -1$
2. $10\,x^2 + x - 1 = 2$
3. $-10\,x^2 - 8\,x = -1$
4. $-10\,x^2 - 1 = -1$
5. $-6\,x^2 + 4\,x = 0$
6. $-2\,x^2 - 7\,x - 2 = -1$
7. $7\,x^2 + 3\,x + 2 = -1$
8. $5\,x^2 - 9\,x + 2 = -1$
9. $6\,x^2 + x + 1 = 1$
10. $-2\,x^2 - 4\,x - 1 = 1$

1.3 Typ 3: $ax^2 + bx + c = ex + d$

1. $x^2 - 4\,x + 9 = -5\,x + 1$
2. $5\,x^2 - 6\,x + 4 = 9\,x - 8$

3. $-9\,x^2 + 7 = 8\,x + 1$
4. $3\,x^2 - 5\,x + 6 = 6\,x - 2$
5. $9\,x^2 + x - 3 = -2\,x + 9$
6. $5\,x^2 + 8\,x + 4 = -4\,x + 7$
7. $7 + 3\,x = 6\,x + 4$
8. $5\,x^2 + 8\,x - 9 = -2\,x - 2$
9. $6\,x^2 - 8\,x - 8 = -8\,x - 8$
10. $4 - 9\,x = -7\,x + 10$

1.4 Typ 4: $ax^2 + bx + c = fx^2 + ex + d$

1. $-2\,x^2 + 2\,x - 9 = -10\,x^2 + 3\,x - 10$
2. $-9\,x^2 + 8\,x - 6 = x^2 + 2\,x + 2$
3. $-3\,x^2 - 3\,x + 2 = 5\,x^2 - 8\,x - 10$
4. $-2\,x^2 - 9\,x = 9\,x^2 + 7\,x + 2$
5. $-10\,x^2 + 5\,x + 1 = 6\,x^2 - 6\,x + 8$
6. $-x^2 + 10\,x + 1 = -5\,x^2 - 9\,x$
7. $5\,x^2 - 9\,x + 4 = 3\,x^2 + 7$
8. $-6\,x^2 + 4\,x + 9 = 3\,x^2 - 7\,x - 4$
9. $-2\,x^2 - 4\,x + 2 = 5\,x^2 - x + 10$
10. $8\,x^2 - 9 = 4\,x^2 - x - 1$

1.5 Typ 5: $ax^2 + bx + c = fx^2 + ex + d$ mit Brüchen

1. $-x^2 - \frac{1}{2}\,x + 2 = x^2 + 2\,x + 1$
2. $\frac{4}{3}\,x^2 + \frac{5}{2}\,x + \frac{2}{3} = -2 + 5\,x$
3. $x^2 + \frac{1}{2}\,x - \frac{5}{8} = x^2 - 2\,x + 3$
4. $2\,x^2 + x + \frac{1}{6} = -3\,x^2 + x - 4$
5. $-\frac{5}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{2} = -x^2 - 2\,x - 2$
6. $-3\,x^2 + 2\,x + 4/7 = x^2 + 3\,x + 3$
7. $-\frac{4}{5}\,x^2 - \frac{3}{4}\,x + 1 = -4\,x^2 + 5\,x + 3$
8. $\frac{2}{5}\,x^2 + \frac{1}{3}\,x + 5 = 4\,x^2 - 4\,x + 4$
9. $-x^2 + \frac{1}{4}\,x - 1 = -2$
10. $-x^2 + \frac{2}{5}\,x + \frac{5}{4} = x^2 - 4\,x + 3$

1.6 Typ 6: $ax^2 + bx + c = fx^2 + ex + d$ mit mehr Brüchen

1. $-\frac{1}{2}\,x^2 + \frac{1}{5}\,x - \frac{5}{2} = 3\,x^2 + 3\,x - \frac{4}{7}$
2. $-\frac{2}{5}\,x^2 + 2\,x = -\frac{3}{5}\,x^2 + x - \frac{3}{8}$
3. $-2\,x^2 + x - 2 = \frac{5}{2}\,x$
4. $-x^2 - 3\,x + \frac{2}{5} = x^2 - \frac{5}{4}\,x - \frac{2}{3}$
5. $\frac{1}{5}\,x^2 + \frac{1}{3}\,x - \frac{3}{2} = -\frac{5}{8} + x$
6. $-\frac{1}{2}\,x^2 - 3\,x + 1 = -x^2 - \frac{4}{3}\,x - 1$
7. $\frac{3}{2}\,x^2 - \frac{5}{2}\,x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}\,x^2 - \frac{5}{2}\,x - \frac{5}{4}$

8. $\frac{3}{5}\,x^2 - 3\,x - \frac{3}{2} = -\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\,x$
9. $\frac{1}{2}\,x^2 + x + \frac{1}{2} = -x^2 + 4\,x + \frac{5}{3}$
10. $x^2 + x - \frac{1}{5} = x^2 + \frac{3}{4}\,x - \frac{3}{5}$

2 Lösungen

2.1 Typ 1: $ax^2 + bx + c = 0$

1. $L = \{\}$
2. $L = \left\{\frac{1}{14} - \frac{1}{14}\sqrt{29}, \frac{1}{14} + \frac{1}{14}\sqrt{29}\right\} \approx \{-0.313, 0.456\}$
3. $L = \{\}$
4. $L = \left\{-\frac{5}{16} - \frac{1}{16}\sqrt{185}, -\frac{5}{16} + \frac{1}{16}\sqrt{185}\right\} \approx \{0.538, -1.163\}$
5. $L = \left\{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}\sqrt{73}, \frac{1}{12} - \frac{1}{12}\sqrt{73}\right\} \approx \{0.795, -0.629\}$
6. $L = \left\{-\frac{3}{14} - \frac{1}{14}\sqrt{37}, -\frac{3}{14} + \frac{1}{14}\sqrt{37}\right\} \approx \{-0.649, 0.220\}$
7. $L = \left\{-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{41}, -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{41}\right\} \approx \{0.702, -5.702\}$
8. $L = \left\{-\frac{1}{6} - \frac{1}{6}\sqrt{37}, -\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\sqrt{37}\right\} \approx \{0.847, -1.180\}$
9. $L = \left\{-1, -\frac{2}{3}\right\} \approx \{-1, -0.667\}$
10. $L = \{\}$

2.2 Typ 2: $ax^2 + bx + c = d$

1. $L = \left\{\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{17}, \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{17}\right\} \approx \{0.640, -0.390\}$
2. $L = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}\right\} = \{0.5, -0.6\}$
3. $L = \left\{-\frac{2}{5} - \frac{1}{10}\sqrt{26}, -\frac{2}{5} + \frac{1}{10}\sqrt{26}\right\} \approx \{-0.91, 0.11\}$

4. $L = \{0\}$
5. $L = \left\{0, \frac{2}{3}\right\} \approx \{0, 0.667\}$
6. $L = \left\{-\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{41}, -\frac{7}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{41}\right\} \approx \{-0.149, -3.351\}$
7. $L = \{\}$
8. $L = \left\{\frac{9}{10} + \frac{1}{10}\sqrt{21}, \frac{9}{10} - \frac{1}{10}\sqrt{21}\right\} \approx \{1.358, 0.443\}$
9. $L = \left\{0, -\frac{1}{6}\right\} \approx \{0, -0.167\}$
10. $L = \{-1\}$

2.3 Typ 3: $ax^2 + bx + c = ex + d$

1. $L = \{\}$
2. $L = \{\}$
3. $L = \left\{-\frac{4}{9} - \frac{1}{9}\sqrt{70}, -\frac{4}{9} + \frac{1}{9}\sqrt{70}\right\} \approx \{0.485, -1.374\}$
4. $L = \left\{1, \frac{8}{3}\right\} \approx \{1, 2.667\}$
5. $L = \left\{1, -\frac{4}{3}\right\} \approx \{1, -1.333\}$
6. $L = \left\{-\frac{6}{5} + \frac{1}{5}\sqrt{51}, -\frac{6}{5} - \frac{1}{5}\sqrt{51}\right\} \approx \{0.228, -2.628\}$
7. $L = \{1\}$
8. $L = \left\{-1 + \frac{2}{5}\sqrt{15}, -1 - \frac{2}{5}\sqrt{15}\right\} \approx \{-2.549, 0.549\}$
9. $L = \{0\}$
10. $L = \{-3\}$

2.4 Typ 4: $ax^2 + bx + c = fx^2 + ex + d$

1. $L = \{\}$
2. $L = \{\}$
3. $L = \left\{\frac{5}{16} - \frac{1}{16}\sqrt{409}, \frac{5}{16} + \frac{1}{16}\sqrt{409}\right\} \approx \{-0.951, 1.576\}$
4. $L = \left\{-\frac{8}{11} - \frac{1}{11}\sqrt{42}, -\frac{8}{11} + \frac{1}{11}\sqrt{42}\right\} \approx \{-0.138, -1.316\}$
5. $L = \{\}$
6. $L = \left\{-\frac{19}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{345}, -\frac{19}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{345}\right\} \approx \{-4.697, -0.053\}$
7. $L = \left\{\frac{9}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{105}, \frac{9}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{105}\right\} \approx \{-0.312, 4.812\}$
8. $L = \left\{\frac{11}{18} - \frac{1}{18}\sqrt{589}, \frac{11}{18} + \frac{1}{18}\sqrt{589}\right\} \approx \{-0.737, 1.959\}$
9. $L = \{\}$
10. $L = \left\{-\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{129}, -\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{129}\right\} \approx \{-1.545, 1.295\}$

2.5 Typ 5: $ax^2 + bx + c = fx^2 + ex + d$ mit Brüchen

1. $L = \left\{-\frac{5}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{57}, -\frac{5}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{57}\right\} \approx \{0.319, -1.569\}$
2. $L = \{\}$
3. $L = \left\{\frac{29}{20}\right\} = \{1.45\}$
4. $L = \{\}$
5. $L = \left\{3, -\frac{5}{9}\right\} \approx \{3, -0.556\}$
6. $L = \{\}$
7. $L = \left\{\frac{115}{128} - \frac{19}{128}\sqrt{65}, \frac{115}{128} + \frac{19}{128}\sqrt{65}\right\} \approx \{2.095, -0.298\}$

8. $L = \left\{\frac{65}{108} - \frac{1}{108}\sqrt{7465}, \frac{65}{108} + \frac{1}{108}\sqrt{7465}\right\} \approx \{-0.199, 1.402\}$
9. $L = \left\{\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{65}, \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{65}\right\} \approx \{-0.883, 1.133\}$
10. $L = \left\{\frac{11}{10} + \frac{1}{20}\sqrt{134}, \frac{11}{10} - \frac{1}{20}\sqrt{134}\right\} \approx \{0.521, 1.679\}$

2.6 Typ 6: $ax^2 + bx + c = fx^2 + ex + d$ mit mehr Brüchen

1. $L = \{\}$
2. $L = \left\{-\frac{5}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{70}, -\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{70}\right\} \approx \{-0.408, -4.592\}$
3. $L = \{\}$
4. $L = \left\{-\frac{7}{16} - \frac{11}{240}\sqrt{345}, -\frac{7}{16} + \frac{11}{240}\sqrt{345}\right\} \approx \{-1.289, 0.414\}$
5. $L = \left\{\frac{5}{3} + \frac{1}{12}\sqrt{1030}, \frac{5}{3} - \frac{1}{12}\sqrt{1030}\right\} \approx \{-1.008, 4.341\}$
6. $L = \{\}$
7. $L\,\{\}$
8. $L\left\{\frac{35}{18} + \frac{1}{18}\sqrt{1927}, \frac{35}{18} - \frac{1}{18}\sqrt{1927}\right\} \approx \{4.383, -0.494\}$
9. $L\left\{-\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right\} \approx \{-0.333, 2.333\}$
10. $L\left\{-\frac{8}{5}\right\} = \{-1.6\}$